

El conocimiento científico

F. Walter Meyerstein

Apoyándonos en algunos desarrollos recientes de la Teoría de la Información, pretendemos en este ensayo efectuar un breve examen a la eterna y enojosa pregunta: *¿qué podemos conocer?*

Seguramente deben existir numerosos y diversos métodos para acceder al conocimiento o, lo que viene a ser lo mismo, podemos definir «el» conocimiento de muy diversas maneras. Aquí nos referiremos exclusivamente a un determinado tipo de conocimiento: aquel que se conoce con el nombre de «científico» y que, en nuestros tiempos, ha ocupado algo así como la última instancia del saber, aquel cuyos dictados acaban con cualquier discusión. En efecto, si alguien triunfalmente nos espeta: «¡Esto está científicamente probado!» ha decidido la disputa a su favor. Pero ¿qué es verdaderamente ese saber, esa apodíctica prueba «científica»?

En primer lugar, destaquemos un aspecto claro: el saber científico se refiere al mundo material, al que accedemos mediante la percepción sensible, o sea, a aquello que podemos ver, oír, tocar, etc. Y el primer paso del *método* científico consiste en transformar estas sensaciones en valores cuantitativos, en *medidas*. «¡Qué calor!», es reemplazado por «hace 35 grados Celsius a la sombra»; en vez de decir «¡cuánto trabajo cuesta esto!», decimos «se requieren tantos Kilowatt», etc. Este proceso de crecientes abstracciones termina en que los científicos logran expresar el mundo sensible de una manera puramente *simbólica*, reemplazando los nombres y los conceptos con que el lenguaje hablado designa y relaciona lógicamente los objetos del mundo físico, por *símbolos abstractos*. La única función de tales signos es exclusivamente la de significar, y en dichos formulismos ya no es posible discernir relación alguna con los objetos físicos que, por otra parte, constituyen justamente la finalidad del estudio científico. Piénsese como ejemplo en el carácter puramente abstracto de la entropía, de un grupo de simetría que describe ciertas invariancias, etc.

La gran utilidad de esta transformación de la realidad sensible en símbolos abstractos estriba en el hecho de que estos símbolos pueden ser manipulados matemáticamente. Y esta manipulación matemática de los símbolos que *re-presentan* la realidad —los símbolos son algo así como un mapa, un plano de la realidad, y la re-presentan del mismo modo como un abstracto mapa de calles re-presenta la infinita complejidad de una ciudad— permite a su vez encontrar y especificar de modo preciso las *relaciones lógicas* que en ciertos casos se pueden determi-

nar entre estos símbolos. Así, unas líneas más o menos paralelas del mapa de calles re-presenta una avenida, lo que nos puede permitir calcular el tiempo que tardaremos en ir de un lugar a otro. O, tomando otro ejemplo, la Tierra y la Luna se re-presentan matemáticamente como puntos sin dimensión provistos de algo que llamamos masa y se mide en gramos. Y Newton encontró una *relación* que dice, expresada verbalmente, que estos «puntos masa» se «atraen» mutuamente como una «fuerza» inversamente proporcional al cuadrado de su distancia. Dado que otra relación newtoniana define «fuerza» como algo proporcional a la segunda derivada respecto al tiempo de precisamente esa distancia, encontramos pues que entre estos símbolos re-presentativos hay una relación formulada matemáticamente como una ecuación diferencial.

Lo que hemos descrito hasta aquí es una ciencia que no pasa de ser una pura especulación intelectual. Falta ahora establecer su indispensable *conexión* con la realidad que se desea estudiar, falta volver, de los símbolos re-presentativos, a los objetos físicos. Esto sólo se logra si se encuentran *soluciones* a la ecuación diferencial. Soluciones que permitan hacer *predicciones* del siguiente tipo: «Si se observa una situación física (directamente en la naturaleza o en el laboratorio) y se mide un cierto parámetro, la solución de la ecuación diferencial determina que el valor numérico de ese parámetro será de x más/menos un error experimental considerado aceptable».

Sin embargo, una ecuación no es un ente aislado. Una ecuación forma parte de una *teoría científica*. Ésta a su vez se presenta en general como un *sistema formal axiomatizado*. Un sistema formal axiomatizado consta de un grupo de proposiciones que se aceptan —en dicho sistema— sin pruebas o demostraciones de tipo alguno; son las llamadas suposiciones previas o *axiomas*. Además, el sistema formal cuenta con un grupo preciso de reglas que permiten deducir *teoremas* a partir de esos axiomas, y con los algoritmos necesarios para probar en cada caso si un teorema es verdadero o falso. La ecuación de Newton es así un teorema del sistema formal axiomatizado del que forma parte: la física clásica. Como es evidente a simple vista, toda la teoría depende de los axiomas que arbitrariamente se eligen como sus proposiciones fundamentales. Si los resultados de las medidas efectuadas en un laboratorio o como consecuencia de observaciones directas de la naturaleza (con un telescopio por ejemplo), concuerdan razonablemente con los teoremas deducidos, esto es, con las soluciones de las ecuaciones diferenciales que en general constituyen esos teoremas, decimos que *los axiomas de la teoría no han sido (aún) falsados*. En caso contrario, procede modificar dichos axiomas, reemplazándolos por otros o, más frecuentemente, añadiéndoles otro grupo de axiomas adicional, e intentarlo de nuevo, ¡a ver si esta vez hay más suerte!

Nótese que una teoría, entendida como los axiomas más las reglas de inferencia, contiene en potencia —como decía Aristóteles— *todos* los teoremas que de esa teoría son deducibles. Así, por ejemplo, las definiciones («axiomas») y las reglas del juego de ajedrez contienen en potencia absolutamente todas las partidas de ajedrez que es posible jugar de forma correcta (sin trampas). En efecto, si a un ordenador le damos como programa de entrada estas definiciones y reglas, más unas pocas instrucciones adicionales, que dependerán del tipo de ordenador,

etcétera, dicha máquina imprimirá en una enorme hoja, y durante un inmenso plazo de tiempo, todas las partidas que son posibles de ser jugadas.

De exactamente la misma manera podemos considerar una teoría científica —digamos la mecánica cuántica— como un programa de ordenador, y esperar que el *output* generado por ese ordenador nos dé *todos* los teoremas —y en consecuencia todas las predicciones físicas— que son deducibles del grupo de axiomas, y las reglas de inferencia —que constituyen dicha inferencia— que componen dicha teoría. Para tomar un ejemplo, la mecánica cuántica en tanto sistema formal axiomatizado seguramente estará contenida en su totalidad en unos —digamos— 5.000 libros de texto. Nada nos impide codificar estos textos en un lenguaje binario de 0s (ceros) y 1s (unos); la salida (*output*) del ordenador será a su vez una inmensa secuencia de 0s y 1s que constituyen absolutamente todo lo que la mecánica cuántica puede demostrar y predecir.

Ningún ordenador, incluso los más potentes que se conocen en la actualidad, tiene la capacidad y la rapidez suficientes para una tarea de este tipo. Pero una máquina imaginaria, llamada ordenador universal de Turing —en honor al matemático inglés Alan Turing, que en los años treinta fue uno de sus principales investigadores—, es en principio capaz de realizar cualquier cálculo que pueda ser descrito. Por lo tanto, es perfectamente capaz de realizar esta faena. Lo que hace «imaginario» al ordenador universal de Turing —llamémosle OUT— es el hecho de que el OUT ha de poseer una capacidad de memoria infinita.

¿Qué es entonces «conocer científicamente»? Si para hacer ciencia resulta indispensable re-presentar la realidad de manera simbólica, podemos partir de esta premisa y planteamos el problema del conocimiento científico al revés. Partamos directamente de la realidad y re-presentemos esa realidad como una (¿infinita?) secuencia de 0s y 1s. La posibilidad de tal re-presentación es una condición *sine qua non* del quehacer científico: si no nos es posible esta operación nos es igualmente imposible el análisis matemático y, dado que la formulación y consiguiente manipulación matemática se ha postulado como la característica esencial del método científico, o aceptamos la posibilidad de una tal simbolización de la realidad o necesariamente hemos de renunciar a su conocimiento *científico*.

Ahora bien, dada esta larguísima secuencia de 0s y 1s que simbólicamente —en el sentido expuesto más arriba— re-presenta la realidad, se puede derivar de forma inmediata la definición del método científico: hacer ciencia consiste en tratar de encontrar una secuencia —igualmente de 0s y 1s— substancialmente más corta, tal que, dada esta secuencia más corta como programa a un OUT, dicha máquina genere como resultado la secuencia original, dentro de unos márgenes de aproximación razonables. La secuencia más corta, el programa del OUT, no es otra cosa que la teoría científica que precisamente constituye la meta del investigador, y si el *output* de tal teoría se corresponde razonablemente con la secuencia re-presentativa de la realidad, daremos por «no falsificada» la teoría. En general, este *output* cubrirá solamente una sección inicial de la gran secuencia «realidad», de ahí que todas nuestras teorías científicas son inherentemente incompletas; ninguna —hasta ahora— lo describe «todo».

Dicho de otro modo, de lo que se trata al hacer ciencia es simplemente de esto: el investigador selecciona un segmento de la inmensa secuencia «realidad» e intenta *comprimir* ese segmento en una secuencia mucho más corta, tal que esta última, considerada como programa de entrada a un OUT, produzca como salida una aproximación razonable de la secuencia sujeto de investigación. Que quede bien claro: hasta el momento, en este ensayo no hemos hecho afirmación alguna cuyo carácter pueda calificarse de especulativo o conjetural; al contrario, todo lo hasta aquí expuesto no es más que reiterar antiquísimos conocimientos —ya Platón en el *Timeo* lo decía hace 2400 años— si bien aquí hemos empleado un lenguaje informático que nos ha permitido introducir la noción de un OUT.

El acento del quehacer científico así definido debemos situarlo en el predicado «mucho más corto» que se aplica a la secuencia «teoría» que es a su vez el objetivo buscado por el investigador, puesto que es obvio que no nos satisficaría una teoría que en esencia no constituya otra cosa que una simple y llana descripción del fenómeno que se estudia. Al contrario, buscamos una teoría simple (esto es: corta) la cual, a pesar de su simplicidad, explique *muchos* fenómenos diferentes, y si son fenómenos de diversa índole, tanto mejor. Una teoría científica exitosa ha de ser necesariamente corta, lo que quiere decir que la comprensión que ha de poder lograr ha de ser importante. Recalcamos: una teoría que sólo logre una comprensión limitada no es satisfactoria dado que su poder de predicción es igualmente limitado: a mayor comprensión, mayor número de teoremas/predicciones contiene la teoría en potencia.

Pues bien, repetimos la pregunta: ¿qué podemos conocer científicamente? Para atacar este problema imaginemos una secuencia cualquiera, constituida por n símbolos binarios, por una sucesión de n 0s y 1s. Esta secuencia re-presenta algún fenómeno físico para el cual buscamos una teoría científica explicatoria, esto es, una secuencia más corta que sirve de programa al OUT. Buscamos pues *alguna* secuencia más corta, y, una vez encontrada, veremos si el *output* del OUT se corresponde razonablemente con el fenómeno investigado. Ahora preguntamos: ¿es posible encontrar algún criterio, algún método, que permita determinar de antemano, a la luz de cierta secuencia de n símbolos dada, si —y cuánto— la secuencia es «comprimible» en el sentido aquí descrito? Una rama reciente de la informática, debida en gran parte a los trabajos de G. Chaitin de la IBM y llamada Teoría Algorítmica de la Información, nos contesta: ¡Jamás! Nunca se puede saber si una secuencia es de tal naturaleza, es tan desordenada, tan caótica, que resulta imposible su comprensión a un programa de un OUT más corto que la secuencia (los n símbolos) misma.

Dicho de otro modo: las matemáticas son esencialmente incapaces de dar una respuesta a la pregunta: ¿es «algorítmicamente comprimible» una secuencia de n 0s y 1s? La pregunta es irreductiblemente *indecidible*, por lo que se estima en general que esta limitación fundamental del poder de las matemáticas, que aquí aparece, no es otra cosa que una manifestación de la «incompletitud» de las matemáticas, tal como por primera vez la descubrió Gödel en 1931. Puestos a analizar una secuencia de 0s y 1s, que puede haber sido generada por lanzamientos repetidos de una moneda —cara es un 0, cruz un 1— pero que también puede

ser la representación simbólica de un fenómeno físico, nos enfrentamos a dos posibilidades:

* Por habilidad, o por puro azar, encontramos una secuencia sustancialmente más corta que permite comprimir la secuencia de n símbolos binarios («bits») a $n-k$.

* Nuestros esfuerzos son vanos.

En el primer caso habremos encontrado una «teoría científica que explica el fenómeno simbolizado por los n bits». El problema se presenta en el segundo caso, cuando la compresión algorítmica no ha tenido éxito. Ahí a su vez distinguimos dos casos:

* Aunque es imposible saberlo, la secuencia puede ser comprimible después de todo; hay pues que continuar buscando.

* La secuencia es algorítmicamente incompresible. ¿Qué significa esto? ¡Significa que la secuencia en cuestión tiene un tal grado de falta de todo orden, de toda simetría, que nos resulta imposible siquiera *hablar* de ella! La secuencia no es analizable, no es reducible a elementos más primarios. Sólo se puede «hablar» de la secuencia si ella se repite en su totalidad, ningún programa de OUT más corto que la secuencia misma puede reproducirla.

En el caso de que un fenómeno físico, un segmento de la realidad, resulte ser una tal secuencia, entonces, con los medios de que disponemos en la actualidad —matemáticas, lenguaje, lógica— nos es radicalmente imposible acceder a cualquier forma de conocimiento; este tipo de secuencias representan un absoluto límite al conocimiento científico, al menos tal como lo entendemos en la actualidad.

Analícemos aún dos cuestiones de gran interés: por una parte, queremos saber qué es en definitiva lo que sabemos de una secuencia —de un segmento de la realidad— cuando hemos tenido éxito y hemos logrado formular una teoría explicativa, esto es, cuando hemos podido comprimir la secuencia. Por otra parte resulta de gran importancia tener un criterio aproximado de cuál es la probabilidad de que una cierta secuencia de n bits pueda algorítmicamente comprimirse en $n-k$ bits. Veamos cada uno de estos puntos.

Supongamos que hemos logrado encontrar una secuencia de $n-k$ bits que, introducida como programa en un OUT, genere como salida de ese ordenador la secuencia original de n bits. Decimos entonces que los $n-k$ bits representan el sistema formal axiomatizado —la «teoría»— que explica al fenómeno físico representado por los n bits. Supongamos además que esta es la reducción máxima factible: los $n-k$ bits no pueden a su vez reducirse a un programa que sea más corto. (Si ello fuese factible, elegiríamos esa nueva teoría de $n-k-k'$ bits como «la» teoría). En consecuencia, si aceptamos que la secuencia de $n-k$ bits ya no admite una ulterior compresión, ella es por definición de un tal grado de desorden que escapa a cualquier forma de conocimiento científico. O sea: sobre nuestras teorías científicas no podemos siquiera hablar, ¡sólo podemos enunciarlas! A menos que encontremos teorías científicas más sintéticas, más cortas. Pero entonces, a su vez, *de esas* no podremos hablar: la teoría científica que lo explica todo es inefable.

Finalmente, dirijamos nuestra atención al último problema: dada una secuencia de n bits, ¿qué probabilidad hay de reducirla algorítmicamente a $n-k$ bits? Curiosamente, la respuesta es muy fácil. Utilizando un código binario de 0s y 1s, es muy fácil demostrar que de secuencias de n bits solamente hay 2^n . Si deseamos reducir algorítmicamente esa secuencia a $n-10$ bits, podemos preguntarnos cuántas secuencias (programas del OUT) posibles existen que tengan menos de $n-10$ bits y que puedan generar los n bits como *output*. Resulta que a lo más hay 2^{n-10} . Puesto que $2^{n-10}/2^n = 1/1024$, deducimos que ¡alrededor de 999‰ de las secuencias de n bits son incompresibles a programas de apenas 10 bits más cortos! Una secuencia que re-presente una parte de la realidad cuenta con una enorme cantidad de bits, y la reducción a una teoría no es de (n) a $(n-10)$, sino de (n) a $(n-k)$, donde k es a su vez un número enorme. Esto significa que sólo habrá una secuencia compresible en 2^k secuencias, ¡una en millones!

Conclusión

Utilizando argumentos matemáticos elementales hemos llegado a estas conclusiones:

1. Supongamos que hemos elegido un segmento de la realidad que se desca someter a un análisis científico con el objeto de encontrar una teoría que explique ciertos fenómenos físicos y permita establecer predicciones experimental u observacionalmente verificables. Concluimos que es absolutamente imposible decidir si es factible encontrar tal teoría, o si ella simplemente existe.

2. Si hemos tenido éxito, y la teoría más sintética, más comprimida, ha sido hallada, entonces concluimos que sobre tal teoría no es factible emitir un juicio científico. Sólo resta la posibilidad de enunciar la teoría, podemos explicar un fenómeno *con* la teoría, pero no podemos explicar la teoría.

3. De todos los segmentos de la realidad posibles, re-presentados por las 2^n secuencias, solamente una ínfima parte presenta la propiedad de ser explicable científicamente, por la simple razón de que no existen suficientes secuencias/teorías sustancialmente más cortas. Seguramente refleja algo muy importante sobre la estructura del rincón del universo en que vivimos el hecho de que hayamos sido capaces de formular un número no despreciable de teorías explicativas cuya concordancia con la observación experimental sea aceptable. Pero es lo más probable que la enorme cantidad de aspectos de la realidad para los cuales carecemos de teoría –piénsese solamente en todos los fenómenos de que trata la biología– no permitan jamás una reducción sustancial a sistemas explicativos simples, si los raciocinios aquí expuestos son correctos. Por el contrario, podría ser el caso que alguna entidad meta-física haya seleccionado el universo de tal manera que la mayoría de las secuencias a nuestro alcance resulten algorítmicamente comprimibles, pero eso ya es otra historia.

Comentari impromptu sobre la nota de W. Meyerstein

La ciència del segle xx s'ha adonat de les seves pròpies limitacions. Kurt Gödel va provar que hi ha proposicions matemàtiques la validesa de les quals no pot ser decidida des de dins de la matemàtica. Fa poc, Gregory J. Chaitin ha donat una família infinita d'equacions algebraiques amb la propietat que la informació continguda en la solució de qualsevol nombre finit d'aquestes equacions no serveix en absolut per enunciar cap propietat sobre la solució de qualsevol de les altres. Dit d'una altra manera, no es pot elaborar cap teoria matemàtica sobre les solucions d'aquesta família d'equacions.

W. Meyerstein, basant-se en la teoria de la informació de Chaitin, posa en evidència, en aquest treball, les limitacions de la ciència per explicar qualsevol «segment de la realitat». Quan hom vol analitzar unes dades extretes de la realitat, no sabrà mai, a priori, si trobarà o no una teoria (més curta que la mateixa seqüència de dades) que les expliqui. Els possibles «segments de la realitat» susceptibles de ser explicats per una teoria científica constitueixen, només, una ínfima part de la realitat.

J. Girbau